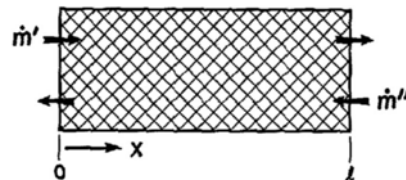


## 7. Chłodziarki z regeneracyjnymi wymiennikami ciepła.

W chłodziarkach z regeneracyjnymi wymiennikami ciepła wstępne obniżenie temperatury gazu zachodzi w regeneratorze, którego schemat pokazano na rysunku 7.1.



Rysunek 7.1. Zasada działania regeneratora.

Przez regenerator gaz przepływa cyklicznie raz w jednym, raz w drugim kierunku. W trakcie przepływu przez regenerator ciepły gaz będący pod wysokim ciśnieniem oziębia się, następnie przechodzi przemianę, w której jego temperatura jeszcze bardziej obniża się i ponownie przepływając przez regenerator ogrzewa się, oziębiając równocześnie wypełnienie regeneratora. Regeneratory pracują zawsze w sposób niestacjonarny. Wypełnieniem regeneratora powinien być materiał porowaty o dużej pojemności cieplnej (np. kulki ołowiane). Zgodnie z III Zasadą Termodynamiki (Teoremat Nernsta) w temperaturach bliskich temperaturze zera bezwzględnego pojemności cieplne wszystkich materiałów dążą do zera. Stąd istnieją materiałowe trudności budowy regeneratorów przeznaczonych do pracy w temperaturach niższych od 10 K. Trudność tę pokonano stosując do budowy regeneratorów materiały magnetyczne, w których przemiana namagnesowania zachodzi w bardzo niskich temperaturach. Obecnie chłodziarki gazowe z regeneratorami osiągają temperatury rzędu kilku K.

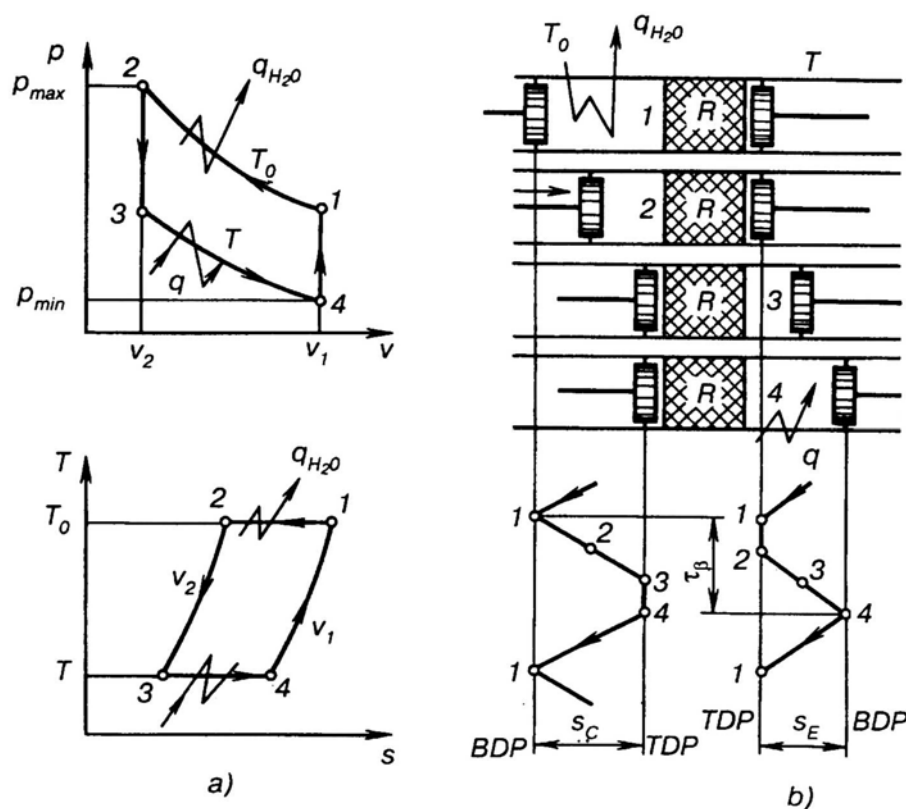
### 7.1. Chłodziarki Stirlinga.

W chłodziarkach Stirlinga realizowany jest lewobieżny obieg termodynamiczny składający się z dwóch izoterm i dwóch izochor (obieg Stirlinga). Schemat chłodziarki realizującej idealny obieg Stirlinga oraz odwzorowanie zachodzących w niej przemian w układach p-v oraz T-s pokazano na rysunku 7.2.

Chłodziarka składa się z cylindra, w którym umieszczono dwa tłoki. Pomędzy tłokami znajduje się regenerator R. Komora znajdująca się z lewej strony regeneratora jest komorą ciepłą i jej temperatura wynosi  $T_0$ . Z komory tej do otoczenia odprowadzane jest ciepło oznaczone na rysunku umownie jako  $q_{H_2O}$ . Komora znajdująca się z prawej strony tłoka jest komorą zimną, znajduje się w temperaturze  $T$  i w trakcie pracy chłodziarki pochłania ciepło  $q$ . Cykl pracy chłodziarki można podzielić na 4 etapy:

1. Przemiana 1-2: Izotermiczne sprężenie gazu w komorze ciepłej. Tłok lewy przesuwa się w prawo do punktu 2 (porównaj rysunek 7.2b), tłok prawy pozostaje nieruchomy. W trakcie sprężania do otoczenia oddawane jest ciepło  $q_{H_2O}$ , natomiast nad gazem zostaje wykonana praca sprężania równa  $l_c$ . Objętość gazu zmienia się od  $v_1$  do  $v_2$ .

- Przemiana 2-3: Izochoryczne oziębianie gazu w regeneratorze. Oba tłoki poruszają się równocześnie w prawo. Gaz jest przetłaczany przez regenerator, który jest zimny z poprzedniego cyklu. Temperatura gazu obniża się od  $T_0$  do  $T$ , a jego ciśnienie maleje.
- Przemiana 3-4: Izotermiczne rozprężanie gazu z wykonaniem pracy zewnętrznej. Tłok lewy pozostaje nieruchomy, natomiast tłok prawy porusza się w prawo wykonując pracę ekspansji gazu  $l_e$ . Temperatura gazu w komorze zimnej nie zmienia się na skutek dopływu ciepła  $q$  od kriostatowanego obiektu (w warunkach adiabatycznych, tzn. dla  $q=0$ , temperatura gazu obniżałaby się tak jak w trakcie realizacji przemiany rozprężania izentropowego).
- Przemiana 4-1: Izochoryczne ogrzewanie gazu w regeneratorze. Oba tłoki poruszają się równocześnie w lewo. Gaz jest przetłaczany przez ciepły regenerator, ogrzewa się, jednocześnie wypełnienie regeneratora obniża swoją temperaturę. Ciśnienie gazu wzrasta. Po osiągnięciu przez oba tłoki lewego skrajnego położenia, cykl prac chłodziarki zostaje zakończony.



Rysunek 7.2. Schemat idealnej chłodziarki Stirlinga, a - odwzorowanie obiegu w układach T-s oraz p-v; b - realizacja obiegu w chłodziarce z dwoma niezależnymi tłokami, regeneratorem R, oraz dwoma wymiennikami ciepła ( $q_{H_2O}$  - ciepło odprowadzane do otoczenia,  $q$  - ciepło doprowadzane do chłodziarki od kriostatowanego obiektu).

Efektywność chłodziarki Stirlinga jest równa:

$$\varepsilon_{Str} = \frac{q}{l_c + l_e} \quad (7.1)$$

Policzymy teraz efektywność chłodniczą chłodziarki Stirlinga przyjmując, że gazem roboczym jest gaz doskonały oraz gaz van der Waalsa.

### Efektywność chłodziarki Stirlinga wypełnionej gazem doskonałym.

Elementarna praca sprężenia jednego mola gazu jest równa:  $dl = -pdv$  (zgodnie z przyjętą konwencją praca jest dodatnia, jeżeli zwiększa energię wewnętrzną gazu). Po wyznaczeniu ciśnienia  $p = \frac{RT}{v}$  z równania stanu gazu doskonałego, otrzymujemy:  $dl = -RT \frac{dv}{v}$ .

Praca izotermicznego sprężenia jednego mola gazu w temperaturze  $T_o$  jest równa:

$$l_c = -\int_{v_1}^{v_2} RT_o \frac{dv}{v} = -RT_o \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (7.2)$$

Praca izotermicznego rozprężania jednego mola gazu w temperaturze  $T$  jest równa:

$$l_c = -\int_{v_2}^{v_1} RT \frac{dv}{v} = -RT \ln \frac{v_1}{v_2} \quad (7.3)$$

Ciepło przemiany izotermicznego sprężania może być określone w następujący sposób: Z równania łączącego pierwszą i drugą zasadę termodynamiki:  $du = Tds - pdv$  wynika równanie definicyjne entropii:

$$ds = \frac{du + pdv}{T} \quad (7.4)$$

Elementarna ilość ciepła dostarczona do gazu w trakcie przemiany izotermicznej jest równa:  $dq = Tds$ , po podstawieniu równania (7.4) otrzymujemy:

$$dq = du + pdv \quad (7.5)$$

(Zwróćmy uwagę, że równanie 7.5 wynika również wprost z pierwszej zasady termodynamiki).

Zmiana energii wewnętrznej może być obliczona w następujący sposób: Niech energia wewnętrzna  $u$  będzie funkcją objętości  $v$  i temperatury  $T$ . Różniczka zupełna energii wewnętrznej  $u$  jest równa:

$$du = \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv + \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT \quad (7.6)$$

Z równań Maxwella wynika, że:

$$\left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p \quad (7.7)$$

Po podstawieniu (7.7) do (7.6) oraz dla  $dT=0$  (proces jest izotermiczny) otrzymujemy:

$$du = \left[ T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p \right] dv \quad (7.8)$$

Po podstawieniu do równania (7.8) ciśnienia  $p = (RT)/v$  oraz pochodnej

$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = R/v$  obliczonych z równania stanu gazu doskonałego otrzymujemy:

$$du = 0. \quad (7.9)$$

Pokazaliśmy w ten sposób, że energia wewnętrzna gazu doskonałego nie zależy od objętości.

Podstawiając (7.9) do (7.5), a następnie całkując otrzymujemy równanie opisujące ciepło przemiany izotermicznego sprężania lub rozprężania gazu doskonałego. Ciepło pobrane przez gaz w trakcie izotermicznego rozprężania jest więc równe:

$$q = -RT \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (7.10)$$

Po podstawieniu równań (7.2), (7.3) oraz (7.10) do wyrażenia (7.0) opisującego efektywność chłodniczą chłodziarki Stirlinga:

$$\varepsilon_{str} = \frac{T}{T_o - T} \quad (7.11)$$

Zwróćmy uwagę, że efektywność chłodziarki Stirlinga, w której czynnikiem roboczym jest gaz doskonały jest równa efektywności cyklu Carnot'a, co wynika z faktu, że wszystkie przemiany w chłodziarce Stirlinga zachodzą w sposób odwracalny.

#### Efektywność chłodziarki Stirlinga wypełnionej gazem van der Waalasa.

Ciśnienie gazu  $p$  obliczone z równania van der Waalsa jest równe:

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2} \quad (7.12)$$

Praca izotermicznego sprężenia jednego mola gazu van der Waalsa w temperaturze  $T_o$  jest równa:

$$l_c = -RT_o \ln \frac{v_2 - b}{v_1 - b} - a \left( \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) \quad (7.13)$$

Praca izotermicznego rozprężania jednego mola gazu van der Waalsa w temperaturze  $T$  jest równa:

$$l_c = -RT \ln \frac{v_1 - b}{v_2 - b} - a \left( \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) \quad (7.14)$$

W gazie van der Waalsa występują oddziaływanie międzycząsteczkowe i energia wewnętrzna gazu zależy nie tylko od temperatury, ale również od objętości i ciśnienia. Ciepło odebrane przez gaz w trakcie ekspansji w komorze zimnej obliczymy całkując równanie (7.5) po podstawieniu do niego równania (7.8) i wyznaczenia  $p$  oraz  $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$  z równania van der Waalsa:

$$dq = -RT \ln \frac{v_2 - b}{v_1 - b} \quad (7.15)$$

Po podstawieniu wyrażen (7.13), (7.14) i (7.15) do (7.1) otrzymujemy efektywność chłodziarki Stirlinga wypełnionej gazem van der Waalsa opisaną również równaniem (7.11). Zwróćmy uwagę, że efektywność chłodziarki Stirlinga jest równa efektywności obiegu Carnota i to niezależnie od zastosowanego czynnika roboczego - gazu doskonałego lub gazu rzeczywistego opisanego równaniem van der Waalsa.

#### Obciążenie cieplne regeneratora chłodziarki Stirlinga.

Określmy teraz obciążenie cieplne regeneratora chłodziarki Stirlinga. W trakcie przepływu gazu przez regenerator jego objętość jest stała (przemiany 2-3 oraz 4-1 są izochoryczne). Ciśnienie gazu zależy więc jedynie od jego temperatury:

$$dp = \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v dT \quad (7.16)$$

Po wyznaczeniu pochodnej  $(\partial p / \partial T)_v$  z równania van der Waalsa i scałkowaniu równania (7.16) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} p_2 - p_3 &= R(T_o - T)/(v_2 - b) \\ p_1 - p_4 &= R(T_o - T)/(v_1 - b) \end{aligned} \quad (7.17)$$

W trakcie przepływu gazu przez regenerator jego energia wewnętrzna ulega zmianie jedynie na skutek wymiany ciepła z wypełnieniem regeneratora, przy czym:

$$u_1 - u_4 = u_2 - u_3 = c_v(T_o - T) \quad (7.18)$$

Wyznaczając różnicę temperatur  $(T_o - T)$  z równań (7.17) oraz wykorzystując związek pomiędzy ciepłem właściwym przy stałej objętości  $c_v$  i stałą gazową  $R$ :  $c_v = R/(\kappa - 1)$ , gdzie  $\kappa$  - wykładnik adiabaty, otrzymujemy:

$$\begin{aligned} q_{reg} &= v_2(p_2 - p_3)/(\kappa - 1) \\ q_{reg} &= v_1(p_1 - p_4)/(\kappa - 1) \end{aligned} \quad (7.19)$$

Ponieważ ciśnienia pośrednie gazu  $p_1$  oraz  $p_3$  są nieznane, więc równania (7.19) mogą zostać rozwiązane jedynie iteracyjnie.

Przy wyprowadzeniu równań (7.19) założyliśmy, że regenerator jest zewnętrznym urządzeniem w stosunku do objętości roboczej analizowanej chłodziarki. W rzeczywistości regenerator jest umieszczany wewnątrz objętości roboczej chłodziarki i charakteryzuje się tzw. martwą objętością, tzn. pewna część gazu zawsze pozostaje w wypełnieniu regeneratora. Uwzględniając martwą objętość regeneratora otrzymujemy w pierwszym przybliżeniu zmodyfikowane równania (7.19):

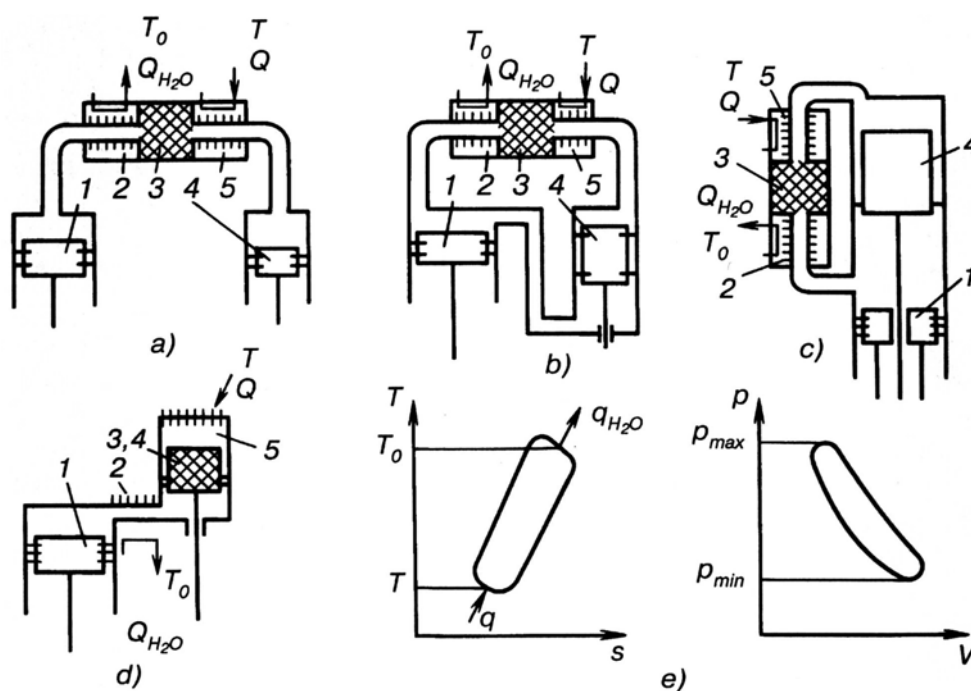
$$q_{reg} = (v_2 + v_m)(p_2 - p_3)/(\kappa - 1) \quad (7.20)$$

$$q_{reg} = (v_1 + v_m)(p_1 - p_4)/(\kappa - 1)$$

gdzie  $v_m$  - objętość martwa regeneratora.

Istnienie martwej objętości regeneratora nie wpływa na sprawność chłodziarki Stirlinga tak długo jak w regeneratorze nie zachodzą procesy nieodwracalne. Z porównania wzorów (7.19) oraz (7.20) wynika, że niezależnie od tego, czy martwa objętość regeneratora zostaje uwzględniona, proces regeneracji ciepła zachodzi izochorycznie.

Zbudowanie chłodziarki Stirlinga, w której oba tłoki poruszają się niezależnie od siebie jest trudne technicznie. W praktyce ruch tłoków jest z reguły realizowany w sposób harmoniczny, tzn. oba tłoki są napędzane ze wspólnego wału z przesunięciem fazowym. Harmoniczny ruch tłoków narusza izochoryczność procesów regeneracji ciepła oraz izotermiczność procesów sprężania i ekspansji gazu. W efekcie zmienia się odwzorowanie obiegu, w którym brak jest wyraźnie zaznaczonych charakterystycznych punktów obiegu. Kilka realizowanych w praktyce schematów chłodziarek Stirlinga z harmonicznym ruchem tłoków przedstawia rysunek 7.3.



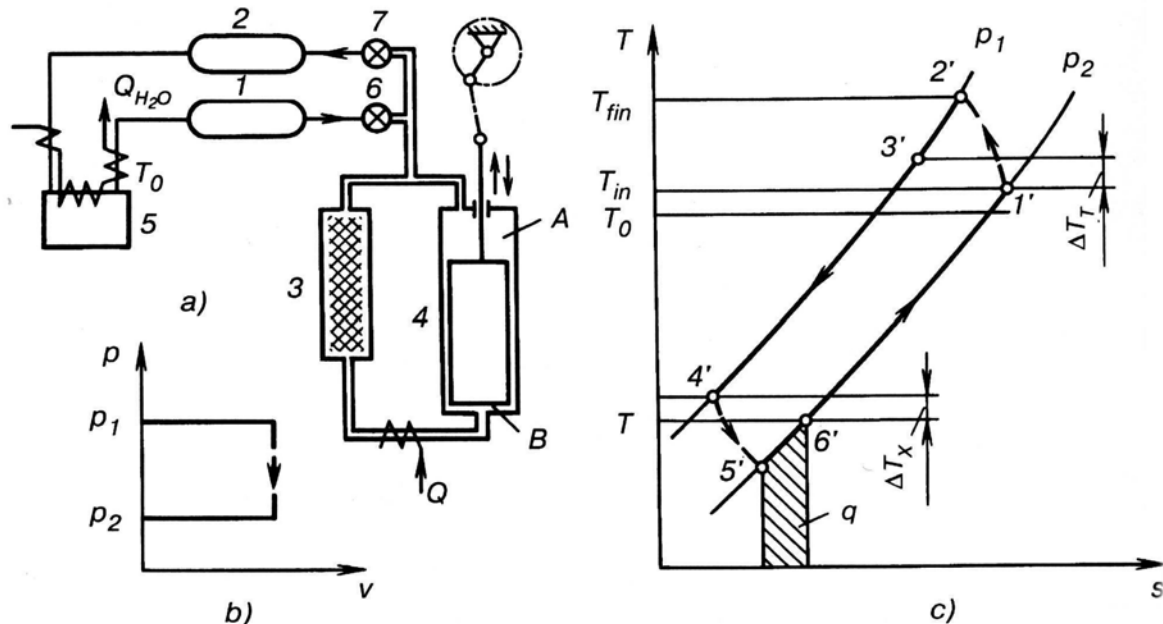
Rysunek 7.3. Chłodziarki Stirlinga z harmonicznym ruchem tłoków, a, b, c, d - schematy konstrukcyjne chłodziarek, e - przykładowe odwzorowania obiegu w układach T-s oraz p-v; 1 - tłok sprężający, 2 - wymiennik ciepła pracujący w temperaturze otoczenia (wodny lub powietrzny), 3 - regenerator, 4 - tłok ekspansyjny, 5 - wymiennik odbierający ciepło od kriostatowanego obiektu.

W jednostopniowych chłodziarkach Stirlinga można uzyskać temperatury 40 - 150 K, przy czym w zasadzie nie stosuje się ich do uzyskiwania temperatur niższych od 70 K.

Temperatury poniżej 40 K uzyskuje się w wielostopniowych chłodziarkach. W maszynach dwustopniowych osiąga się temperatury 20 K, a w trójstopniowych 4 K.

## 7.2. Chłodziarki Gifforda - McMahona

W trakcie obrad Międzynarodowego Kongresu Chłodziarstwa w Kopenhadze w roku 1959 W.E. Gifford oraz H.O. McMahon zademonstrowali oryginalną chłodziarkę gazową, w której procesem prowadzącym do uzyskania niskich temperatur był proces swobodnego wypływu. Schemat chłodziarki Gifforda-McMahona został pokazany na rysunku 7.4.



Rysunek 7.4. Chłodziarka Gifforda-McMahona, a - schemat, b - odwzorowanie procesów w układzie p-v, c - odwzorowanie procesów w układzie T-s, 1, 2 - zbiorniki wyrównujące ciśnienie gazu, 3 - regenerator, 4 - cylinder roboczy z tłokiem, 5 - sprężarka, 6, 7 - zawory wlotowy i wylotowy, A - część wysokotemperaturowa cylindra, B - część niskotemperaturowa cylindra.

Chłodziarki Gifforda-McMahona są prostsze konstrukcyjnie od chłodziarek Stirlinga, natomiast charakteryzują się niższą efektywnością termodynamiczną, ponieważ swobodny wypływ jest procesem nieodwracalnym. Cykl pracy chłodziarki składa się z czterech etapów:

1. Napełnianie gazem. Tłok znajduje się w dolnym położeniu, zawór wlotowy jest otwarty. Gaz o temperaturze  $T_o$  wpływa do "cieplej" części cylindra 4, w wyniku sprężania gazu znajdującego się już w cylindrze i zmieszaniu go z gazem nowo napływającym temperatura gazu podnosi się i osiąga wartość  $T_{fin}$  (proces 1' - 2' na rys. 7.4 c):

$$T_{fin} = \frac{kT_o T_{in} p_1 / p_2}{T_{in} (p_1 / p_2 - 1) + kT_o} \quad (7.21)$$

2. Przetłaczanie gazu. Przy otwartym zaworze wlotowym następuje ruch tłoka w górę. Gaz zostaje przetłoczony przez regenerator do niskotemperaturowej komory B. Ponieważ regenerator jest zimny z poprzedniego cyklu, gaz obniża swoją temperaturę do wartości  $T_4$ . W wyniku oziębiania maleje objętość gazu. Przez otwarty zawór wlotowy do komory zimnej wpływa dodatkowa porcja gazu:

$$\Delta G \approx V_{cyl} p_1 (1/T - 1/T_{fin}) / R \quad (7.22)$$

gdzie  $V_{cyl}$  jest objętością cylindra 4.

3. Wypływ swobodny gazu. Kiedy tłok osiąga górny martwy punkt zawór wlotowy się zamyka, natomiast zawór wylotowy się otwiera. Następuje nierównowagowy proces swobodnego wypływu gazu. Temperatura i ciśnienie w komorze zimnej obniżają się (przemiana 4' - 5'). Wytworzona zostaje moc chłodnicza  $q$  i gaz pozostały w komorze zimnej ogrzewa się do temperatury 6' na skutek dopływu ciepła od kriostatowanego obiektu.

4. Opróżnianie komory zimnej. Po zakończeniu procesu swobodnego wypływu rozpoczyna się ruch tłoka w dół przy otwartym zaworze wylotowym. Pozostały w komorze zimnej gaz zostaje ogrzany w regeneratorze i przetłoczony do komory ciepłej. W trakcie ogrzewania objętość gazu rośnie i jego nadmiar wypływa przez zawór wylotowy. Kiedy tłok osiąga dolne martwe położenie, zawór wylotowy zamyka się i cykl się powtarza.

Przyjmując pełną regenerację ciepła w regeneratorze i adiabatyczność ścianek cylindra, całe ciepło wytworzone podczas napełniania komory ciepłej i sprężania znajdującej się w niej początkowej ilości gazu i przekazane regeneratorowi, musi zostać całkowicie usunięte przez zimny gaz powracający przez regenerator i oddane do otoczenia. Ponieważ tłok przesuwa się tylko przy otwartych zaworach i przy braku oporów hydraulicznych regeneratora nie wykonuje żadnej pracy, chłodziarka może wytwarzać moc chłodniczą jedynie wtedy kiedy strumień zimnego gazu ogrzeje się w regeneratorze do temperatury  $T_1'$  wyższej od temperatury otoczenia - porównaj rysunek 7.4 c.

Efektywność chłodziarek Gifforda-McMahona jest dana wzorem:

$$\varepsilon_{G-M} = \frac{T(p_1 / p_2 - 1)}{(T_o p_1 / p_2 - T) \ln(p_1 / p_2)} \quad (7.23)$$

Porównajmy teraz efektywność chłodziarek McMahona z efektywnością cyklu Carnota. Przykładowo jeżeli temperatura otoczenia  $T_o$  wynosi 300 K, a temperatura kriostatowania jest równa 100 K, to efektywność obiegu Carnota  $\varepsilon_C = T / (T_o - T) = 0,5$ . Obliczmy teraz stosunek  $\eta = \varepsilon_{G-M} / \varepsilon_C$  dla różnych stosunków ciśnień  $p_1$  do  $p_2$ .

Tabela 7.1.

$p_1/p_2$	1,2	2	3	4	5	8	10	50
$\varepsilon$	0,418	0,288	0,277	0,196	0,177	0,147	0,134	0,167
$\eta$	0,839	0,576	0,554	0,392	0,354	0,294	0,268	0,167

Jak wynika z tabeli 7.1 względna efektywność chłodziarek Gifforda-McMahona obniża się wraz ze wzrostem stosunku ciśnień.

Jednostopniowe chłodziarki Gifforda McMahona osiągają temperatury tak niskie jak 35 K. Najniższa temperatu osiągnięta w chłodzarce dwustopniowej wynosi 6,7 K. Chłodziarki Gifforda-McMahona stosowane są do kriostatowania oraz skraplania niewielkich ilości gazu. Są urządzeniami niezawodnymi ze względu na stosunkowo prosta konstrukcję.