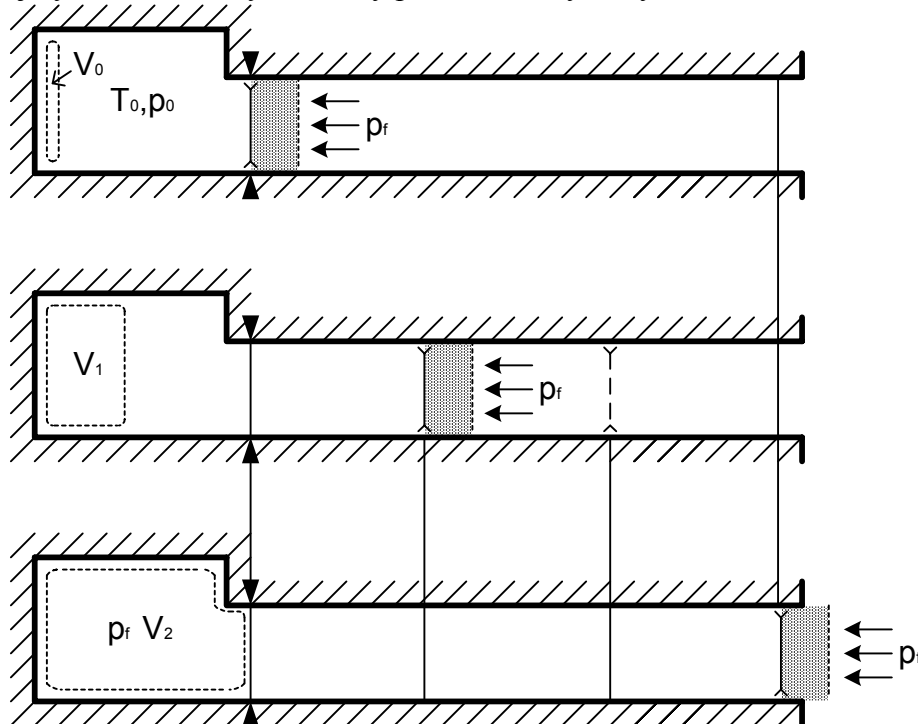


3. Metody uzyskiwania niskich temperatur - ciąg dalszy

3.3. Wypływ swobodny ze stałej objętości

Rozważmy adiabatyczną ekspansję gazu wypływającego z naczynia o stałej objętości. Jeżeli gaz wypływa do otoczenia, w którym panuje stałe ciśnienie, to proces taki nazywa się wypływem swobodnym. Proces ten prowadzi do obniżenia temperatury gazu, który pozostał w naczyniu i jest obecnie stosowany w wielu chłodziarkach pracujących cyklicznie.

Przeanalizujmy układ termodynamiczny przedstawiony na rysunku 1.



Rys. 1. Proces swobodnego wypływu, T_0, p_0 - początkowe parametry gazu w naczyniu, p_f - stałe ciśnienie zewnętrzne równe ciśnieniu końcowemu w naczyniu, v_0, v_1, v_2 - początkowa, przejściowa i końcowa objętość kontrolnej ilości gazu w naczyniu.

Sprężony gaz znajduje się w naczyniu wyposażonym w zawór, po otwarciu zaworu gaz wypływa do otoczenia przedstawionego symbolicznie w postaci cylindra, w którym panuje stałe ciśnienie p_f , równe ciśnieniu zewnętrznemu. Wypływ swobodny jest nierównowagowym i adiabatycznym procesem, w którym następuje wykonanie pracy zewnętrznej przeciwko sile pochodzącej od stałego ciśnienia p_f . Praca ta nie jest pracą użyteczną i w przeciwieństwie do procesu izentropowego ($s=\text{const}$) nie może być wykorzystana, jest ona przekazywana do otoczenia i tam rozpraszana. W warunkach adiabatycznych nie ma wymiany ciepła pomiędzy gazem i ściankami naczynia, natomiast nierównowagowość procesu wynika z faktu, że ciśnienie panujące w gazie, który się rozpręża, nie jest równoważone przez ciśnienie zewnętrzne p_f .

Początkowe parametry gazu w naczyniu wynoszą T_0 i p_0 . Przyjmijmy umownie, że na wylocie z naczynia znajduje się tłok, który po otwarciu zaworu przemieszcza się wzdłuż umownego cylindra bez tarcia. Ciśnienie wywierane przez gaz wypływający z naczynia na tłok stopniowo spada, aż do wyrównania ciśnienia w gazie z ciśnieniem zewnętrznym p_f . W tym momencie tłok zatrzymuje się i proces swobodnego wypływu zostaje zakończony. Zauważmy, że w wyniku realizacji procesu pewna ilość gazu, która początkowo zajmowała objętość δ_{in} , wypełnia całe naczynie i zajmuje objętość δ_f . Po pewnym czasie, w wyniku dyfuzji i wymiany ciepła temperatura w gazie pozostałym w naczyniu wyrównuje się i przyjmuje wartość T_f . Końcowa temperatura gazu może być określona za pomocą pierwszej zasady termodynamiki napisanej dla jednostkowej ilości gazu, który pozostał w analizowanym naczyniu. Ponieważ proces jest adiabatyczny, więc zmiana energii wewnętrznej gazu jest równa wykonanej pracy, przy czym praca została wykonana przeciwko sile pochodzącej od stałego ciśnienia zewnętrznego p_f .

$$u_f - u_0 = -p_f(v_f - v_0) \quad (1)$$

gdzie: u_0, u_f - początkowa i końcowa energie wewnętrzna gazu, v_0, v_f - początkowa i końcowa objętość gazu.

Przy założeniu, że analizowany gaz jest gazem doskonałym:

$$u_f - u_0 = c_v(T_f - T_0) ; p_0 v_0 = RT_0 ; p_f v_f = RT_f ; c_v = R/(\kappa - 1) \quad (2)$$

Po podstawieniu zależności (2) opisujących własności gazu doskonałego do (1) otrzymuje się:

$$T_f - T_0 = \frac{\kappa - 1}{\kappa} T_0 \left(\frac{p_f}{p_0} - 1 \right) \quad (3) ; \quad \frac{T_0}{T_f} = \frac{\kappa}{1 + (p_f / p_0)(\kappa - 1)} \quad (4)$$

Porównując proces swobodnego wypływu z procesem izentropowego rozprężania można stwierdzić, że dla takich samych warunków początkowych T_0, p_0 oraz ciśnienia końcowego p_f , spadek temperatury gazu w procesie swobodnego wypływu jest mniejszy niż w procesie rozprężania izentropowego z wykonaniem zewnętrznej pracy użytecznej.

Jeżeli ciśnienie początkowe p_0 różni się niewiele od ciśnienia końcowego p_f , to swobodny wypływ można traktować jako proces quasi stacjonarny i zależność (3) pozwala na wyznaczenie quasi różniczkowego współczynnika swobodnego wypływu $\mu_w = (dT / dp)$ zależnego jedynie od parametrów początkowych gazu:

$$\mu_w = \frac{T_0}{p_0} \frac{\kappa - 1}{\kappa} = \text{idem} \quad (5)$$

Posługując się równaniem (5) można wyznaczyć krzywe pokazujące zmiany parametrów gazu w procesie swobodnego wypływu w zależności od warunków początkowych T_0 i p_0 .

Zwróćmy uwagę, że zarówno z równania (5) jak i z rysunku 2. wynika, że stosując proces swobodnego wypływu do osiągania niskich temperatur nie jest celowe dążenie do sprężania gazu do wysokich ciśnień. Wręcz przeciwnie, im niższe ciśnienie początkowe gazu, tym bardziej proces zbliżony jest do przemiany izentropowej.

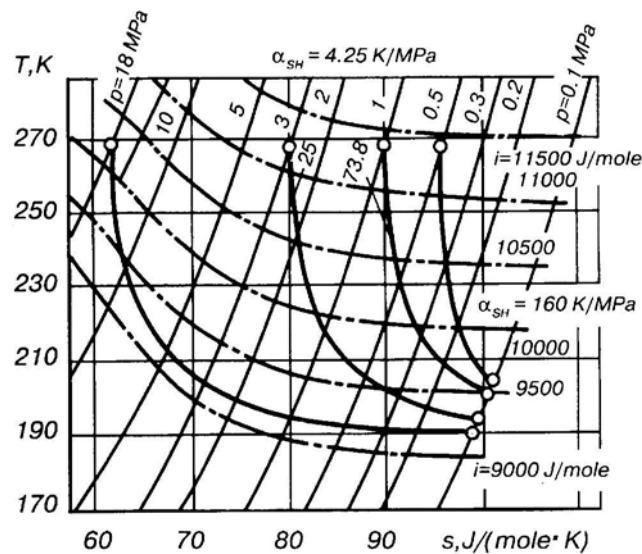
W chłodziarkach wykorzystujących proces swobodnego wypływu stosunek ciśnień p_0 / p_f z reguły należy do przedziału od 2 do 5.

Jednostkowa zmiana entalpii gazu pozostałego w naczyniu może być obliczona z zależności wynikającej z I Zasady Termodynamiki.:

$$h_0 - h_f = v_0(p_0 - p_f) \quad , \quad (6)$$

a dla gazu doskonałego:

$$h_0 - h_f = RT_0 \left(1 - \frac{p_k}{p_0} \right). \quad (7)$$



Rys. 2. Proces swobodnego wypływu dla powietrza, porównanie przebiegu procesu dla różnych warunków początkowych.

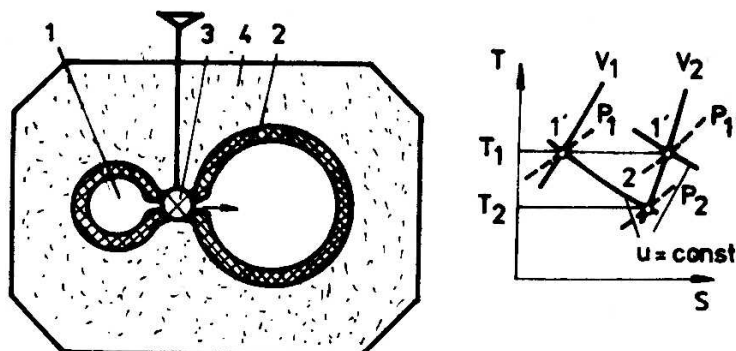
Zależność (7) pozwala na obliczenie mocy chłodniczej chłodziarki wykorzystującej proces swobodnego wypływu. Należy mieć na uwadze, że ciepło może być dostarczane tylko do gazu, który pozostał w naczyniu. Jest to dodatkowy argument na rzecz niewielkiego stosunku ciśnień p_0 / p_f . Im ten stosunek jest mniejszy, tym większa część gazu pozostaje w naczyniu po zakończeniu procesu swobodnego wypływu i może odebrać ciepło od chłodzonego obiektu.

Proces swobodnego wypływu został po raz pierwszy zastosowany przez L. Cailleteta przy próbie skroplenia tlenu i innych składników powietrza. Następnie wykorzystali go Wróblewski i Olszewski i uzyskali skroplone gazy. W 1932 roku F. Simon skroplił hel wykorzystując ten proces, natomiast w roku 1959 Gifford i McMahon zademonstrowali chłodziarkę własnej konstrukcji, której działanie opierało się na cyklicznym wykorzystywaniu procesu swobodnego wypływu. Proces ten stanowi także podstawę działania rur pulsacyjnych, które po raz pierwszy zostały zaproponowane przez Gifforda i Longswortha.

3.4. Ekspansja gazu przy stałej energii wewnętrznej

Procesem nieco zbliżonym do izentalpowego dławienia jest rozprężanie gazu przy zachowaniu stałej energii wewnętrznej u . Proces ten zachodzi jeżeli ekspansja gazu następuje bez wymiany ciepła z otoczeniem i bez wykonania zewnętrznej pracy użytecznej, natomiast w przeciwieństwie do procesu dławienia gaz nie rozpręża się w sposób stacjonarny, tzn. ciśnienie przed i za zaworem dławiącym nie jest stałe.

W procesie $u = \text{const}$ gaz znajduje się w zamkniętym systemie termodynamicznym, schematycznie przedstawionym na rysunku 3.



Rys. 3. Schemat procesu $u=\text{const}$ i jego odwzorowanie w układzie T-S, 1, 2 naczynia, 3 - zawór, 4 - izolacja zapewniająca adiabatyczność procesu.

Pokazana na rysunku 3. realizacja procesu $u=\text{const}$ jest podobna do doświadczenia przeprowadzonego przez Joule'a i Gay-Lussaca. Układ składa się z dwóch naczyń (1, 2) o objętościach odpowiednio v_1 oraz v_2 , połączonych zaworem 3 i odizolowanym cieplnie od otoczenia przez warstwę izolującą 4. Początkowe ciśnienia gazu w zbiornikach są odpowiednio równe p_1 oraz p_2 , przy czym $p_1 > p_2$. Po otwarciu zaworu 3 następuje przepływ gazu z naczynia 1 do naczynia 2. W trakcie przepływu gazu ciśnienie i temperatura w naczyniu 1 obniżają się, natomiast w naczyniu 2 wzrastają. Po wyrównaniu ciśnień przepływ gazu ustaje, a po pewnym czasie temperatury w obu zbiornikach wyrównują się. Ponieważ w trakcie przepływu gaz nie wykonał pracy zewnętrznej, układ termodynamiczny był sztywny i zamknięty, a proces był adiabatyczny, więc całkowita energia wewnętrzna gazu nie uległa zmianie.

W przypadku gazu doskonałego energia wewnętrzna nie zależy ani od ciśnienia ani od objętości: $(\partial u / \partial v)_T = (\partial u / \partial p)_T = 0$, więc również temperatura gazu po ustaleniu się warunków w obu naczyniach pozostanie niezmienną. Taki rezultat podobnego eksperymentu uzyskali w 1807 roku Joule oraz Gay-Lussac, którzy rozprężali gaz ze stosunkowo niewielkich ciśnień, a więc w warunkach zbliżonych do panujących w gazie doskonałym.

Jeżeli natomiast ciśnienie p_1 jest znacznie większe od ciśnienia p_2 , a objętość v_1 jest znacznie mniejsza od objętości v_2 , to można w uproszczeniu przyjąć, że przy zachowaniu stałej energii wewnętrznej u następuje wzrost objętości gazu od v_1 do v_2 .

Całkowita energia wewnętrzna gazu rzeczywistego u składa się z energii potencjalnej u_p i energii kinetycznej u_k molekuł:

$$u = u_p + u_k \quad (8)$$

Energia potencjalna u_p zależy od odległości między molekułami (porównaj rysunek 2, wykład 4), energia kinetyczna u_k zależy natomiast od temperatury zgodnie ze wzorem Boltzmann $u_k \approx kT$, gdzie k jest stałą Boltzmann. Ponieważ w procesie rozprężania zmienia się odległość między cząstkami, a tym samym energia potencjalna u_p , więc aby spełnić warunek zachodzenia procesu, czyli stałej energii wewnętrznej gazu $u = u_p + u_k = const$, zmianie musi ulec także temperatura gazu. Jeżeli przeważają siły przyciągania pomiędzy cząstkami, to w miarę rozprężania gazu energia potencjalna spada i jego temperatura rośnie. Jeżeli przeważają siły odpychania, to w trakcie rozprężania gazu jego energia potencjalna maleje i dla zachowania stałej całkowitej energii wewnętrznej temperatura gazu wzrasta.

Zmiana temperatury gazu w procesie $u=const$ może być określona z przyrównania do zera różniczki zupełnej energii wewnętrznej u traktowanej jako funkcja objętości gazu v i temperatury T :

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv = 0 \quad (9)$$

Ponieważ $\left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v = c_v$, a $\left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p$, więc:

$$\left(\frac{dT}{dv} \right)_u = \frac{T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p}{c_v} = \frac{p}{c_v} (\alpha T - 1), \quad (10)$$

gdzie α jest współczynnikiem temperaturowej prężności gazu.

Ponieważ dla gazu doskonałego $(\partial p / \partial T)_v = p / T$, więc w gazie takim współczynnik $(dT / dv)_u$ jest zawsze równy zero.

Natomiast w przypadku gazu rzeczywistego ciśnienie p i pochodna ciśnienia względem temperatury $(\partial p / \partial T)_v$ mogą zostać wyznaczone np. z równania van der

Waalsa: $p = RT / (v - b) - a / v^2$ i wtedy:

$$\left(\frac{dT}{dv} \right)_u = - \frac{a}{c_v v^2} \quad (11)$$

Zmiana temperatury może być obliczona po scałkowaniu równania 11 i jest równa:

$$T_2 - T_1 = - \frac{1}{c_v} \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v^2} = \frac{a}{c_v} \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) \quad (12)$$

Wydajność chłodnicza procesu jest równa izotermicznemu efektowi zmiany energii wewnętrznej $\Delta u_{T=const}$, natomiast przybliżona zmiana temperatury gazu jest równa:

$$\Delta T = T_2 - T_1 \approx \Delta u_{T=const} / c_v = (u_1 - u_{1'}) / c_v \quad (13)$$

Wartości u_1 oraz $u_{1'}$ mogą być odczytane z tablic termodynamicznych lub wykresów T-s (porównaj rysunek 3).

Ze względu na stosunkowo niewielkie spadki temperatury ekspansja gazu przy zachowaniu stałej energii wewnętrznej jest procesem o niewielkim znaczeniu praktycznym, pozwalającym jednak głębiej wniknąć w istotę ekspansji gazu, i z tego powodu wartym przeanalizowania.