

## 2. Wyznaczanie transmitancji obiektów z odpowiedzi skokowych

Otrzymane w wyniku badań charakterystyki skokowe obiektów stosuje się do wyznaczenia modelu w postaci transmitancji operatorowej. Rzeczywiste transmitancje operatorowe mają najczęściej złożoną postać i wiele współczynników. Wyznaczenie, z dostateczną dokładnością, takich transmitancji na podstawie charakterystyki skokowej jest trudne. Dlatego wyznacza się na ogół zastępczą transmitancję, która przybliży rzeczywiste własności obiektu. Ze względu na kształt charakterystyki skokowej obiekty termodynamiczne podzielono na dwie grupy:

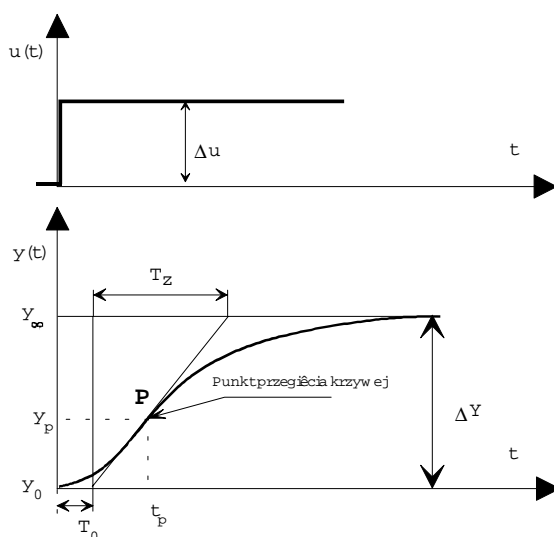
- obiekty z wyrównaniem (statyczne),
- obiekty bez wyrównania (astatyczne).

Odpowiedź skokowa obiektów z wyrównaniem, po upływie dostatecznie długiego czasu, osiąga nowy stan ustalony. Transmitancje zastępcze obiektów statycznych zawierają człony inercyjne i ewentualnie człon opóźniający. Odpowiedź skokowa obiektów bez wyrównania wzrasta nieograniczenie nie osiągając stanu ustalonego. Transmitancje zastępcze tych obiektów reprezentują połączenie szeregowo członu całkującego z członami inercyjnymi i ewentualnie z członem opóźniającym. Przyjmuje się, że w obiektach termodynamicznych nie występują człony oscylacyjne.

### 2.1. Obiekty z wyrównaniem

Typową odpowiedź skokową obiektu z wyrównaniem przedstawiono na Rys. 11.3. Opracowanie takiej charakterystyki sprowadza się do określenia wartości  $y_\infty$  oraz  $y_0$  ( $y_0$  nie musi być równe 0) i narysowania asymptoty poziomej  $y_\infty$ . Należy także wyznaczyć styczną w punkcie przegięcia. Punkt przegięcia funkcji to taki punkt, w którym zmienia się jej wypukłość. Jeżeli funkcja jest wypukła, to styczna leży pod krzywą. Jeżeli funkcja jest wklęsła to styczna leży nad krzywą. Punkt przegięcia pojawia się w charakterystykach skokowych obiektów, które zawierają co najmniej inercję II rzędu. Styczna ta odcina na osi czasu stałe czasowe:

$T_0$  - zastępcze opóźnienie obiektu i  $T_z$  - zastępcza stała czasowa z obiektu. Dodatkowo należy jeszcze wyznaczyć współczynnik wzmocnienia obiektu  $k_0 = \Delta y / \Delta u$ . Otrzymane wyniki pozwalają temu obiektowi przyporządkować model zastępczy, składający się z członu inercyjnego I rzędu i członu opóźniającego, połączonych szeregowo (Rys. 11.4).



Rys. 2. 3. Charakterystyka skokowa obiektu z wyrównaniem

$$G(s) = \frac{k_0}{T_z s + 1} \cdot e^{-T_0 s} = G_1(s) G_2(s)$$

(3)

gdzie

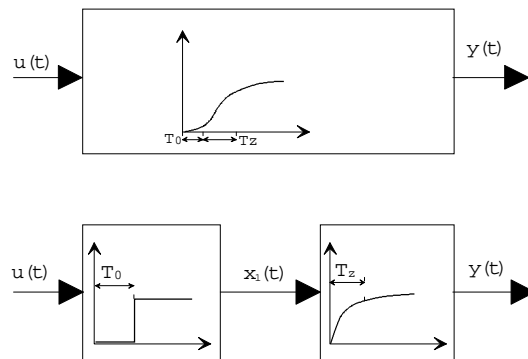
$$G_1(s) = \frac{k_0}{T_z s + 1} \quad (4)$$

to transmitancja członu inercyjnego, natomiast

$$G_2(s) = e^{-T_0 s} \quad (5)$$

to transmitancja członu opóźniającego.

Model (3) jest znany w literaturze jako model Kűpfműllera. Słuzę on między innymi do wyboru rodzaju regulacji i struktury układu regulacji. Ważną rolę odgrywa w tym stosunek  $T_0/T_z$ , definiujący własności regulacyjne obiektu. Im większa jest wartość stosunku  $T_0/T_z$ , tym gorsze własności regulacyjne wykazuje obiekt. Obniżenie rzędu inercyjności jest kompensowane wprowadzeniem członu opóźniającego.



Rys. 2. 4. Model zastępczy obiektu z wyrównaniem

Lepsze przybliżenie właściwości dynamicznych obiektu statycznego zapewnia metoda Strejca [2], [3]. W metodzie tej oprócz stałych, należy wyznaczyć wartości  $T$ ,  $T_t$ ,  $k_0$  oraz  $n$ , gdzie  $n$ -rzęd inercyjności,  $T_t$  – opóźnienie transportowe. Model transmitancji zastępczej proponowany przez Strejca ma postać:

$$G(s) = \frac{k_0}{(Ts + 1)^n} e^{-T_t s} \quad (6)$$

Strejca wykazał, że obiekty o transmitancji (6) charakteryzują następujące związki (w rozważaniach przyjęto, że  $T_t$  reprezentuje opóźnienie transportowe):

$$\begin{aligned} T_z &= f(n, T) \\ T_0 &= f(n, T, T_t) \\ T_0/T_z &= f(n, T_t); \text{ dla } T_t=0 & T_0/T_z &= f(n) \\ t_p &= f(n, T, T_p) \\ h_p &= f(n). \end{aligned}$$

Związki te narzucają sposób postępowania podczas wyznaczania transmitancji zastępczej (6). Wielkością zależną jedynie od rzędu inercyjności  $n$ , jest  $h_p$  oraz w pewnych przypadkach  $T_0/T_z$ . Warto zaznaczyć, że w praktycznym postępowaniu określenie wartości współrzędnej punktu przegięcia  $h_p$  jest mniej dokładne niż wyznaczenie wartości stosunku  $T_0/T_z$ . Jeśli zatem wiadomo, że badany obiekt nie ma opóźnienia transportowego ( $T_t=0$ ), to korzystniej jest posługiwać się stosunkiem  $T_0/T_z$ .

Tabela 1  
Wielkości charakterystyczne odpowiedzi skokowej modelu inercyjnego o transmitancji  $G(s) = 1/(Ts + 1)^n$

$n$	$h_p$	$T_0/T_z$	$T_z/T$	$T_{0M}/T$
1	0	0	1	0
2	0,264	0,104	2,718	0,282
3	0,323	0,218	3,695	0,805
4	0,353	0,319	4,463	1,425
5	0,371	0,410	5,119	2,100

Aby wyznaczyć transmitancję zastępczą (6), zaleca się następujące postępowanie:

1. Z tabeli 1, na podstawie wartości  $h_p$  lub  $T_0/T_z$  należy odczytać rząd  $n$  inercyjności zastępczej. Jeżeli wartości te znajdują się między dwoma wierszami tabeli, to trzeba przyjąć wartość  $n$  mniejszą, odpowiednią dla wiersza wyższego.
2. Dla wyznaczonej wartości  $n$  odczytać z tabeli  $T_z/T$  oraz  $T_{0M}/T$  gdzie  $T_{0M}$  jest pomocniczą stałą czasową reprezentującą opóźnienie zastępcze inercyjnej części modelu (6).
3. Obliczyć wartości  $T$ ,  $T_{0M}$  oraz  $T_t$ :

$$\begin{aligned} T &= (T_z): (T_z/T) \\ T_{0M} &= (T_{0M}/T)T \\ T_t &= T_0 - T_{0M} \end{aligned}$$

4. Obliczyć  $k_0 = \Delta y / \Delta u$  (jak w modelu Kűpfműllera).

Uzyskana w wyniku zaproponowanego postępowania wartość  $T_t$  jest sumą opóźnienia transportowego obiektu (opóźnienie czyste) oraz opóźnienia zastępczego, wynikającego z niezgodności rzędu inercyjności modelu i obiektu. Proponowane sposoby wyznaczania transmitancji zastępczych nie są oparte na wybranych procedurach optymalnych, gwarantujących np. minimalizację całki kwadratu różnicy między odpowiedziami modelu i obiektu, lecz na arbitralnej konstrukcji. graficznej. Dlatego uzyskane transmitancje zastępcze mają ograniczone zastosowanie. Transmitancja (3) jako najmniej dokładna, powinna być używana do klasyfikacji obiektów i wstępnego oszacowania własności regulacyjnych obiektu. Dla doboru nastaw w układach regulacji dokładność, z jaką ta transmitancja przybliży własności obiektu, jest na ogół zbyt mała. Jeśli rzeczywisty rząd inercyjności obiektu  $n > 3$ , to posłużenie się w doborze nastaw regulatora transmitancją (3) może powodować, że wyznaczone nastawy nie będą optymalne, a nawet mogą prowadzić do niestabilności strojonego układu regulacji. W doborze nastaw regulatora można się posłużyć transmitancją zastępczą, reprezentującą szeregowe połączenie członu inercyjnego pierwszego rzędu z członem opóźniającym, ale należy skorygować wartości stałych czasowych. Sposób korekty zaproponował Rotacz . Według Rotacza stałe czasowe transmitancji zastępczej (7) mają być tak dobrane, aby jej charakterystyka skokowa była styczna do charakterystyki obiektu w punkcie przecięcia P (Rys. 2.5). Otrzymana transmitancja

$$G(s) = \frac{k_0}{T_{zr}s + 1} e^{-T_{0r}s}$$

(7)

gdzie

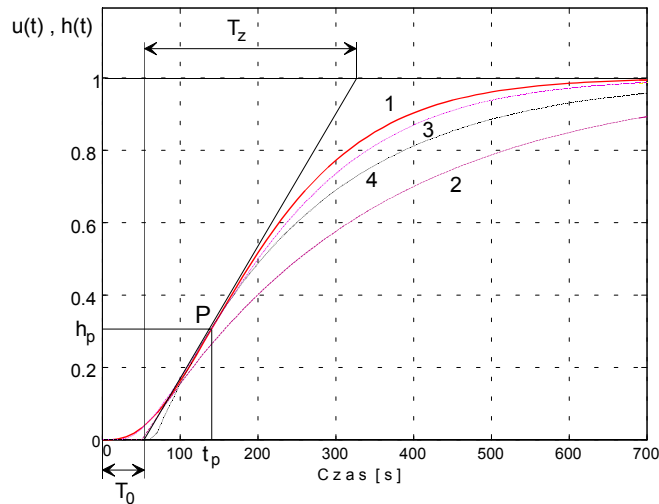
$T_{zr} = T_z(1 - h_p)$  - zastępcza stała czasowa

$T_{0r} = T_0 + T_z h_p - T_{zr} \ln(1/1 - h_p)$  - opóźnienie zastępcze

Należy zauważyć, że

$T_{zr} < T_z$  ;  $T_{0r} > T_0$  oraz  $T_{0r}/T_{zr} > T_0/T_z$  .

Posłużenie się transmitancją zastępczą (7) w doborze nastaw zapewnia poprawne przebiegi przejściowe i jakość regulacji zbliżoną do założonej. Jeśli transmitancja zastępcza ma służyć do badań symulacyjnych, to należy się posłużyć transmitancją zaproponowaną przez Strejca (6), która najlepiej przybliży własności obiektu.



Rys. 2. 5. Porównanie charakterystyki skokowej obiektu z charakterystykami transmitancji zastępczych: 1 - charakterystyka obiektu, 2 - charakterystyka wyznaczona wg transmitancji (3), 3 - charakterystyka wyznaczona wg transmitancji (6), 4 - charakterystyka wyznaczona wg transmitancji (7).

## 2.2. Obiekty bez wyrównania

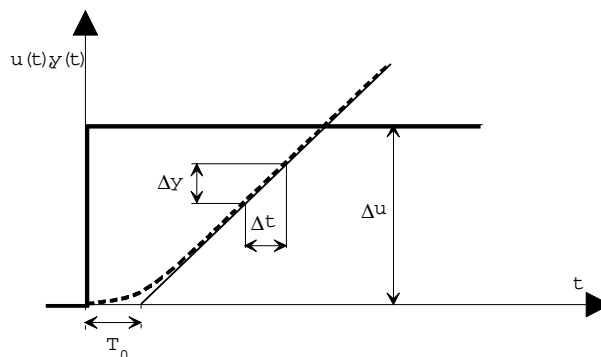
Charakterystyka obiektu bez wyrównania (astatycznego) i jej sposób graficznego opracowania pokazano na Rys. 11.6. Najczęściej stosowane transmitancje zastępcze obiektów bez wyrównania przedstawiają zależności

$$G(s) = \frac{1}{T_c s} e^{-T_0 s} \quad (8)$$

$$G(s) = \frac{1}{T_c s} \cdot \frac{1}{T_0 s + 1} \quad (9)$$

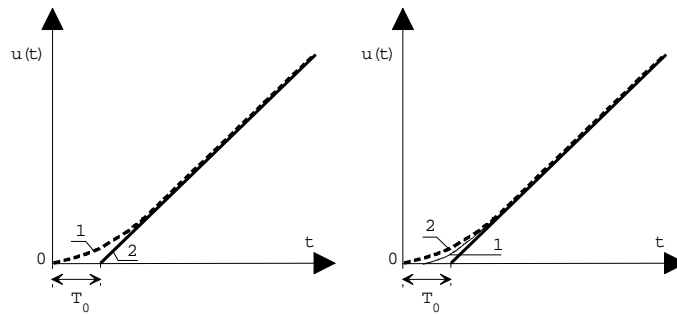
Stałe, występujące w transmitancjach (8) i (9), uzyskujemy w wyniku przedłużenia, aż do przecięcia z osią odciętych, prostoliniowej części charakterystyki skokowej obiektu (Rys. 11.6). Prosta ta odcina na osi czasu stałą czasową  $T_0$ . Stałą czasową  $T_c$  wyznaczamy z zależności

$$\frac{1}{T_c} = \frac{\Delta y / \Delta t}{\Delta u} \quad (10)$$



Rys. 2. 6. Charakterystyka skokowa obiektu bez wyrównania

Iloraz  $\Delta y/\Delta t$  określa tangens kąta nachylenia asymptoty ukośnej. Na rysunku 7 porównano charakterystykę skokową obiektu z charakterystykami skokowymi transmitancji zastępczych.



Rys. 2.7. Porównanie charakterystyk skokowych obiektu astatycznego i jego transmitancji zastępczych: 1 – obiekt 2 - model, a) dotyczy transmitancji (8), b) dotyczy transmitancji (9)