5.1 Typy regulatorów

Poprawne działanie układu regulacji zależy od doboru odpowiedniego typu regulatora do obiektu regulacji. Przyjęty typ regulatora określa zasadę regulacji, tzn. zależność wiążącą sygnał odchyłki *e* z sygnałem sterującym *u*. W regulatorach ciągłych ta zależność opiera się na proporcjonalności, całkowaniu i różniczkowaniu odchyłki *e*.

Najczęściej wykorzystywane w praktyce są typy regulatorów :

1. regulator proporcjonalny P

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p \tag{5.1}$$

$$u(t) = k_p e(t) \tag{5.2}$$

2. regulator proporcjonalno – całkujący PI

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \tag{5.3}$$

$$u(t) = k_p\left(e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(\tau)d\tau\right) \tag{5.4}$$

3. regulator proporcjonalno – różniczkujący PD

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p(1 + T_d s) \tag{5.5}$$

$$u(t) = k_p\left(e(t) + T_d\,\frac{de(t)}{dt}\right) \tag{5.6}$$

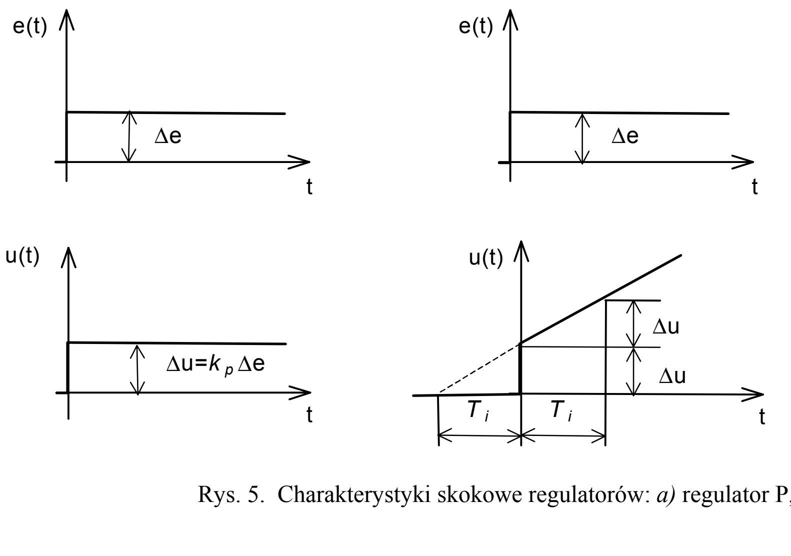
4. regulator proporcjonalno – całkująco – różniczkujący PID

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) \tag{5.7}$$

$$u(t) = k_p\left(e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(\tau)d\tau + T_d\,\frac{de(t)}{dt}\right). \tag{5.8}$$

Współczynniki występujące w równaniach definiujących poszczególne typy regulatorów nazywa się nastawami. Nastawy posiadają standardowe nazwy: k_p współczynnik wzmocnienia, T_i – czas zdwojenia, T_d – czas wyprzedzenia.

Oznaczenia poszczególnych typów regulatorów pochodzą od pierwszych liter angielskich nazw poszczególnych operacji (*P – proportional, I – integration, D – differentiation*). Możliwe są również inne kombinacje powyższych działań, ale nie są one wykorzystywane w praktyce.

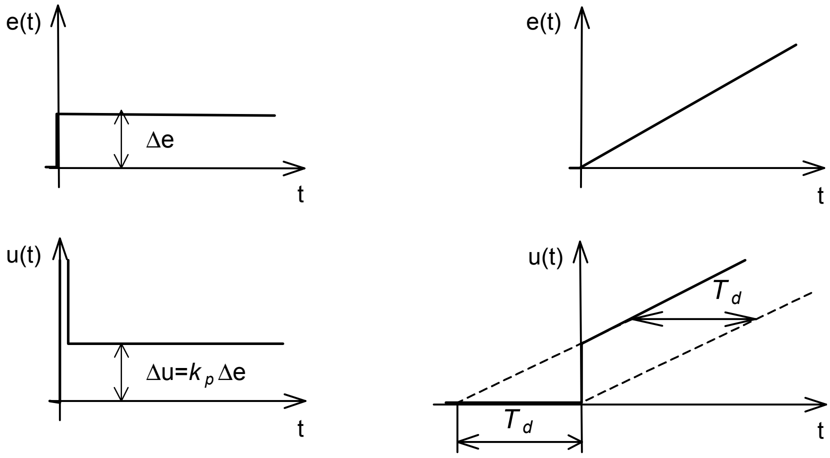


Rys. 5. Charakterystyki skokowe regulatorów: *a)* regulator P, *b)* regulatora PI

Na podstawie zerejestrowanych charakterystyk skokowych można wyznaczyć rzeczywisty współczynnik wzmocnienia regulatora

$$k_p = \frac{\Delta u}{\Delta e} \qquad (5.\ )$$

Z charakterystyki skokowej regulatora PI można ponadto wyznaczyć T_i. Czas zdwojenia T_i jest to czas od momentu zaistnienia skokowej zmiany odchyłki do chwili, gdy sygnał wyjściowy z regulatora PI osiągnie dwukrotną wartość w porównaniu z odpowiednim sygnałem wyjściowym z regulatora P.



Rys. 5. *a)* charakterystyka skokowa regulatora PD, *b)* odpowiedź regulatora PD na sygnał liniowo narastający

Czas wyprzedzenia regulatora PD można wyznaczyć z odpowiedzi na sygnał liniowo narastający. Czas wyprzedzenia T_d jest to czas o jaki sygnał wyjściowy z regulatora PD wyprzedza sygnał wyjściowy z regulatora P przy liniowo narastającej zmianie odchyłki.

W praktyce bardzo trudno jest zrealizować idealnie operację różniczkowania. Stąd też operację różniczkowania realizuje się jako różniczkowanie z inercją. Otrzymuje się wtedy tzw. rzeczywiste regulatory PD (5.) i PID (5.). Regulatory określone wzorami (5.) i (5.) nazywa się regulatorami idealnymi.

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p\left(1 + \frac{T_d s}{T_d s + 1}\right) \qquad (5.\ )$$

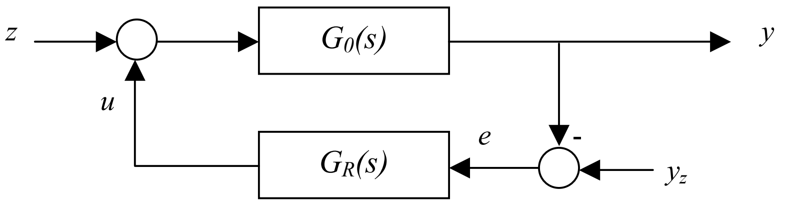
$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_d s + 1}\right) \qquad (5.\ )$$

Zmieniając odpowiednio nastawy regulatora PID można uzyskać regulatory o mniej złożonej strukturze. Np. przyjmując $T_d = 0$ oraz $T_i \approx \infty$, otrzymuje się regulator typu P.

6.1. Kryteria oceny jakości regulacji

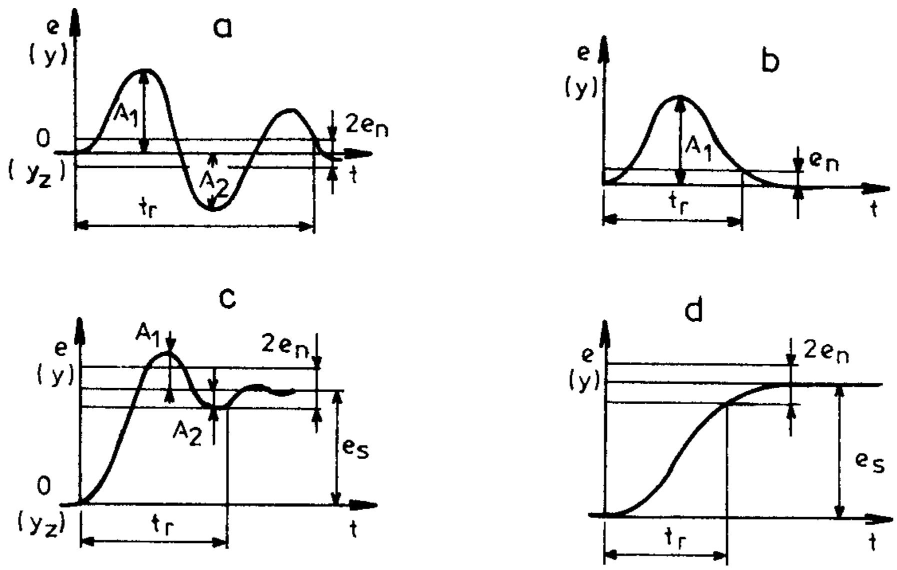
Jeden ze sposobów oceny jakości regulacji opiera się na analizie przebiegu przejściowego. Przebieg przejściowy jest odpowiedzią UAR na skokową zmianę wymuszenia, inaczej mówiąc, jest to przebieg zmian wielkości regulowanej $y(t)$ w czasie, wywołany skokową zmianą zakłócenia (lub wartości zadanej).

UAR można przedstawić w postaci pokazanej na Rys. 6.1. Założono tutaj, iż zakłócenia działają na UAR w tym samym torze, co wielkość sterująca $u(t)$ i są przetwarzane w obiekcie w sposób opisany transmitancją $G_0(s)$.



Rys. 6.1. Schemat układu regulacji, $G_0(s)$ – transmitancja obiektu, $G_R(s)$ – transmitancja regulatora

W dalszej części kryteria jakości regulacji zostaną przeanalizowane na przykładzie układu regulacji stałowartościowej y_z = *idem*. Wtedy zmiany sygnału $y(t)$ są równoznaczne ze zmianą odchyłki regulacji $e(t) = y_z - y(t)$.



Rys. 6.2. Przebiegi przejściowe w układach regulacji: a) oscylacyjny z regulatorem astatycznym, b) aperiodyczny z regulatorem astatycznym, c) oscylacyjny z regulatorem statycznym, d) aperiodyczny z regulatorem statycznym

Do oceny jakości regulacji wykorzystuje się następujące kryteria parametryczne:

1) odchyłka statyczna e_s – jest różnicą sygnałów wartości zadanej y_z i sygnału wyjściowego z obiektu y w stanach ustalonych, czyli

$$e_s = \lim_{t \to \infty} \left(y_z - y(t) \right) \tag{6.1}$$

1a) odchyłka statyczna względna $\bar{e}_s$ podaje stosunek odchyłki statycznej e_s do odchyłki statycznej $e_{s\ obiektu}$ jaka zaistniałaby w obiekcie bez regulatora przy tym samym wymuszeniu $z(t)$

$$\bar{e}_s = \frac{e_s}{e_{s\ \ obiektu}} \tag{6.2}$$

Odchyłka statyczna względna odnosi się tylko do UAR z obiektami statycznymi (z wyrównaniem). Pozwala porównywać jakość regulacji w układach z obiektami o różnych współczynnikach wzmocnienia.

Zastosowanie regulatora P lub PD w UAR powoduje, że przebieg przejściowy posiada niezerową odchyłkę statyczną. Z tego względu te regulatory nazywa się regulatorami statycznymi. Regulatory z działaniem całkującym, do których należą regulatory I, PI oraz PID usuwają odchyłkę statyczną ($e_s = 0$). Są więc one nazywane regulatorami astatycznymi.

2) odchyłka dynamiczna e_d – jest to maksymalna wartość odchyłki $e(t)$, występująca w przebiegu przejściowym. W układach z regulatorami statycznymi

$$e_d = A_1 + e_s, \tag{6.3}$$

w układach z regulatorami astatycznymi

$$e_d = A_1. \tag{6.4}$$

A_1 – oznacza pierwszą amplitudę przebiegu (patrz rys. 6.2).

2a) odchyłka dynamiczna względna $\overline{e}_d$ - określa stosunek odchyłki dynamicznej e_d do odchyłki statycznej $e_{s\ obiektu}$ jaka zaistniałaby w obiekcie bez regulatora przy tym samym wymuszeniu $z(t)$.

$$\overline{e}_d = \frac{e_d}{e_{s\ obiektu}} \tag{6.2}$$

Odchyłka dynamiczna względna $\overline{e}_d$ odnosi się tylko do UAR z obiektami statycznymi (z wyrównaniem).

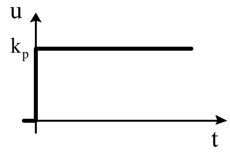
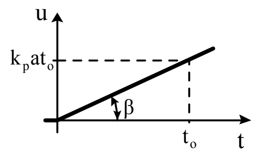
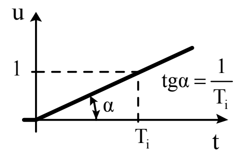
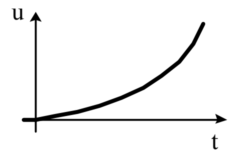
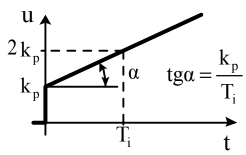
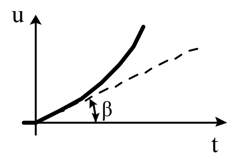
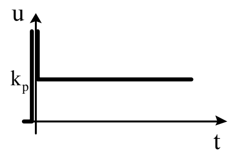
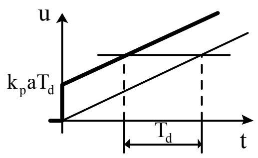
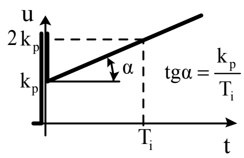
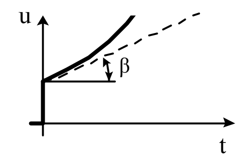
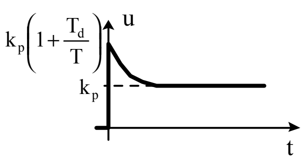
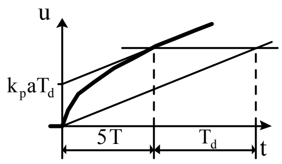
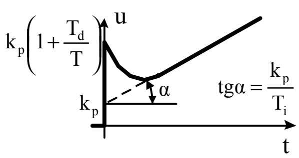
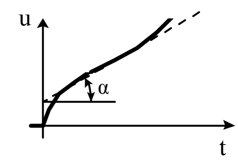
3) czas regulacji t_r – jest to czas jaki upływa wystąpienia wymuszenia skokowego do chwili, gdy odchyłka regulacji osiągnie wartość ustaloną z tolerancją $\pm e_n$ (wartość e_n przyjmuje się zależnie od wymagań technologicznych). Ponieważ granice tolerancji oparte na wymaganiach technologicznych nie są jednakowe, czas t_r nie jest jednoznacznie zdefiniowany.

4) przeregulowanie (oscylacyjność) κ (grecka litera *kappa*) – jest to bezwzględna wartość stosunku dwóch sąsiednich amplitud przebiegu przejściowego.

$$\kappa = \left|\frac{A_2}{A_1}\right| \cdot 100\% \tag{6. }$$

Przeregulowanie charakteryzuje skłonność UAR do oscylacji. Przebiegi, w których wartość przeregulowania $\kappa = 0$, są nazywane przebiegami aperiodycznymi, pozostałe zaś oscylacyjnymi.

Dążenie do jednoczesnego uzyskania wartości optymalnych wszystkich wskaźników zawiera zadania przeciwstawne. Na przykład dążenie do uzyskania małych odchyłek dynamicznych e_d prowadzi do wystąpienia dużego współczynnika κ i wydłużenia czasu regulacji t_r.

<table>
<tr><th>Typ</th><th>Transmitancja
$\frac{U(s)}{E(s)}$</th><th>Charakterystyka przy wymuszeniu skokowym
e = 1</th><th>Charakterystyka przy wymuszeniu liniowym
e = at</th></tr>
<tr><td>P</td><td>k_p</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>I</td><td>$\frac{1}{T_i s}$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>PI</td><td>$k_p\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>PD</td><td>$k_p(1+T_d s)$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>PID</td><td>$k_p\left(1+\frac{1}{T_i s}+T_d s\right)$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>PD</td><td>$k_p\left(1+\frac{T_d s}{Ts+1}\right)$
reg. rzeczywisty</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>PID</td><td>$k_p\left(1+\frac{1}{T_i s}+\frac{T_d s}{Ts+1}\right)$
reg. rzeczywisty</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>